

文章编号: 1000-7598-(2005) 08-1294-04

方向性岩石渗透率的矢量特性与计算模型

王端平, 周涌沂, 马泮光, 田同辉

(胜利油田地质科学研究所, 山东 东营 257015)

摘 要: 岩石渗透率的大小往往具有明显的方向性, 因而方向渗透率是矢量。介绍了方向渗透率的地质成因; 分析了在理解和应用岩石渗透率矢量特性时容易混淆的一些认识, 并指出: 不能把两个不同方向上的渗透率矢量合成在一起而作为该合矢量所对应方向上的岩石渗透率, 也不能把渗透率矢量在某个方向上的投影作为该投影方向上的渗透率值。此外, 还推导建立了一种各向异性渗透率的定量计算模型, 据此, 可以计算出平面内任意方向上的岩石渗透率值。该渗透率计算模型可用于油藏数值模拟中不同方向上的传导率计算以及各向异性油藏中不同方位上的井距设计。

关 键 词: 渗透率; 矢量性; 各向异性; 传导率

中图分类号: TU 452

文献标识码: A

Vector properties and calculation model for directional rock permeability

WANG Duan-ping, ZHOU Yong-yi, MA Pan-guang, TIAN Tong-hui

(Geological Science Research Institute for Shengli Oil Field Subsidiary of Sinopec Ltd., Dongying 257015, China)

Abstract: The researches and practice show that the permeability is often apparently related to direction, hence permeability is a kind of vector. The geological origins of directional permeability are expounded. Some confusable viewpoints, which occur when understanding and using the vector properties of permeability, are analyzed and put right. Also it is revealed that the resultant vector of two permeability vectors in two different directions can not serve as the rock permeability of the direction to which the resultant vector point; and the projection of a permeability vector can not be used as the permeability of the projection direction. Furthermore, A quantitative calculation model is deduced for anisotropic permeability. The horizontal permeability in any direction could be calculated by virtue of this model. Moreover, this calculation model of permeability could be used to compute the directional transmissibility in numerical reservoir simulation, and to design the well spaces in different directions for anisotropic reservoir.

Key words: permeability; vector property; anisotropy; transmissibility

1 引 言

众所周知, 渗透率是控制油藏动态的重要参数。如果各个位置的渗透率是相同的, 则称渗透率是均质的; 如果在某个位置, 各个方向上的渗透率是相同的, 则称渗透率是各向同性的。然而, 实际上几乎没有渗透率均质或各向同性油藏存在。研究和生产实践表明^[1~4], 渗透率的大小具有明显的方向性, 因而渗透率是矢量。渗透率的方向性差异, 会直接影响到油藏的布井方式、井距大小以及人工压裂等多种开发措施的技术设计。鉴于矢量性岩石渗透率的上述重要作用, 本文在前人研究的基础上,

介绍了导致岩石渗透率呈现出矢量特性的原因, 并分析在理解和应用渗透率的矢量特性时容易混淆的一些认识。另外, 还建立了一种各向异性渗透率的定量表征模型, 根据该模型, 可以计算出平面内任意方向上的岩石渗透率值。

2 方向性岩石渗透率的成因

岩石渗透率之所以表现出方向性(矢量性), 是有其地质成因的。F. J. Pettijohn 等^[5]的研究表明, 岩石渗透率的方向性应归因于砂粒的排列方向, 在沉积过程中, 砂粒的长轴主要平行于水流方向, 并在逆流方向上与沉积界面成 $15^{\circ} \sim 18^{\circ}$ 的叠复状, 因而

致使产生了渗透率的方向性差异。另外, R. F. Mast 等^[6]研究者也认为, 岩石骨架颗粒的排列方位和填充方式与渗透率的方向性密切相关, 在平行于砂粒搬运的方向上渗透率明显增大, 这些研究结论在实践中得到了证实。PRYOR^[7]的研究发现, 在冲积砂岩中, 最大渗透率方向与河道轴的取向一致; 而上滨面砂岩和滩海砂岩的最大渗透率方向平行于潮水的冲刷方向。Banilo Bandiziol 等^[8]在研究中也发现, 根据试井分析和岩心测量所得到的最大渗透率方向都与古水流方向相同。当砂粒在流体定向流动中沉积下来后, 水继续在可渗透的砂粒中流动, 在平行于水流方向的渗流通道中, 流速较高, 而主流线两侧的孔道则成为滞留区, 滞留区中的孔隙由于流速较慢就可能导致较多、较细的颗粒沉积在其中, 这样的结果必然会造成水流方向上的渗透率要高于其他方向上的渗透率。

因为裂缝的延伸具有明显的方向性, 所以裂缝的存在也是导致岩石渗透率表现出矢量性特征的另一重要因素。本文只分析孔隙性岩石渗透率的矢量特性, 不涉及对裂缝渗透率的讨论。

3 关于方向渗透率矢量特性一些容易混淆的认识

由于矢量具有可以合成与分解的特性, 因此渗透率矢量也可以进行合成与分解。然而, 在理解、应用渗透率矢量的合成、分解特性时往往会产生一些容易混淆的认识, 下面分别予以阐述。

(1) 容易混淆的认识之一: 根据矢量的合成特性, 可把两个方向上的渗透率矢量合成在一起而作为该合矢量所在方向上的渗透率。

通过分析可知, 认识 1 是错误的。如图 1 所示, 设在均质各向同性油藏中, 各个方向上的渗透率大小都为 K 。若方向 1 (即 x 方向) 的渗透率矢量为 k_1 , 方向 2 (即 y 方向) 的渗透率矢量为 k_2 , 那么 k_1 , k_2 的模都为 K , 故在如图 1 所示的坐标系中 k_1 , k_2 可表示为

$$k_1 = K_i; k_2 = K_j \quad (1)$$

式中 k_1 为方向 1 上的渗透率矢量 ($10^{-3} \mu\text{m}^2$), 其余符号一次类推; K 为均质各向同性油藏的渗透率值 ($10^{-3} \mu\text{m}^2$)。

令 k_3 为 k_1 , k_2 的合矢量, 结合式 (1) 可得

$$k_3 = k_1 + k_2 = K_i + K_j \quad (2)$$

下面用反证法证明认识 1 的错误性。假设认识 1

是正确的, 那么由认识 1 的观点可知, 在 k_3 所对应的方向上, 其渗透率的大小为 k_3 的模, 即 $|k_3| = |K_i + K_j| = \sqrt{2}K$, 显然这个结果是错误的。因为在上述均质各向同性油藏中, 各个方向上的渗透率的大小都为 K 。

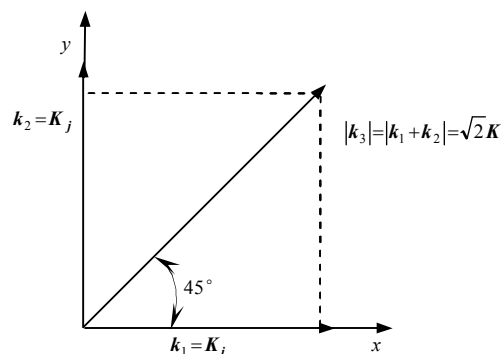


图 1 渗透率矢量的不正确合成示意
Fig. 1 Schematic for incorrect addition of permeability vectors

渗透率是矢量, 为什么就不能进行合成呢? 实际上, 之所以产生上面的错误认识, 是由于忽略了对矢量进行合成运算的条件。矢量可分为自由矢量和非自由矢量两大类, 不同类型的矢量具有不同的合成条件。

自由矢量是指与空间位置无关的矢量, 数学中的矢量都为自由矢量。任何 2 个自由矢量之间都可进行合成运算。

非自由矢量是指与空间位置有关的矢量, 物理学中的矢量往往都是非自由矢量, 如速度、力、力矩等。对于具有物理意义的非自由矢量而言, 只有属于同一事物的 2 个矢量才能合成, 相反, 不属于同一事物的 2 个矢量就不能合成。比如, 若已知质点 M 的速度为 v_M , 质点 N 的速度为 v_N , v_M 与 v_N 之间就不能进行合成, 二者合成之后不具有任何物理意义。若质点 M 在 X 方向上的速度为 v_{Mx} , 在 Y 方向上的速度为 v_{My} , v_{Mx} 与 v_{My} 可以进行合成, 合成结果为质点 M 的速度 v_M 。

与速度不能脱离质点、力不能脱离作用对象而独立存在一样, 渗透率是渗流通道(或渗流路径)的渗透率, 它不能脱离渗流通道而独立存在。因此, 与质点速度的合成一样, 不能把属于 2 个不同渗流通道的渗透率矢量合成在一起, 而得到另外一个渗流通道的渗透率矢量。不同方向上的渗透率, 它们属于不同的渗流通道, 二者之间不能合成。

(2) 容易混淆的认识之二: 根据矢量的分解特

性,可把一个渗流通道的渗透率矢量在某个方向上的分量(投影),当成该方向上的渗流通道的渗透率矢量。

采用认识 1 中的反证法,很容易证明认识 2 的错误性。如图 2 所示,设均质各向同性油藏中各个方向上的渗透率大小都为 K ,在方位角为 θ 的渗流通道即渗流通道 θ 上,其渗透率矢量为 K_θ ,在方位角为 ω ($\alpha = \omega - \theta$) 的渗流通道 ω 上,其渗透率矢量为 K_ω 。 K_θ , K_ω 的模都为 K ,即

$$|K_\theta| = K; |K_\omega| = K \quad (3)$$

根据矢量在某个方向上的投影计算方法可知, K_θ 在 K_ω 所属方向的投影大小为 $|K_\theta| \cos(\alpha)$ 。

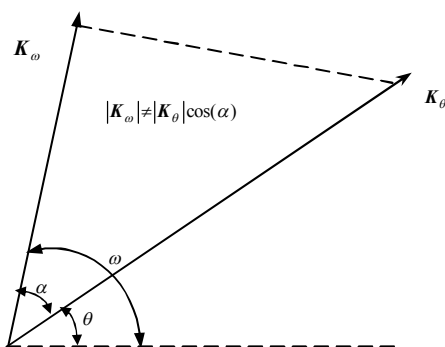


图 2 渗透率矢量的不正确投影示意
Fig. 2 Schematic for incorrect projection of permeability vector

下面再用反证法来证明认识 2 的错误性。假如认识 2 成立,那么,渗流通道 ω 上的渗透率值 $|K_\omega|$ 可用 K_θ 在 K_ω 所属方向的投影来代替,即

$$|K_\omega| = |K_\theta| \cos \alpha \quad (4)$$

由式 (3)、式 (4) 可得:

$$K = K \cos \alpha \quad (5)$$

显然式 (5) 是错误的,因此认识 2 是错误的,所以不能把一个渗流通道的渗透率矢量在某个方向上的分量(投影),当成该方向上的渗流通道的渗透率矢量。

4 方向渗透率的定量计算模型

从前面的论述可知,不能通过矢量的合成与分解特性来获取方向渗透率的大小,为此,根据等效驱替原理推导并建立了一种方向渗透率(各向异性渗透率)的计算模型。在模型推导过程中,假设渗透介质是正交各向异性的^[9],即坐标系的 x 轴和 y 轴与最大、最小渗透率方向一致。

4.1 等效驱替原理

如图 3 所示, OB 为方位角参照线(即 OB 指向

的方位角为 0° ,一般以正东方向为方位角参照线);在推导过程中,坐标系的 x , y 轴与极值渗透率的方向一致(极值渗透率是指最大、最小渗透率),并令 x 轴方向的极值渗透率为 k_{mx} ($10^{-3} \mu\text{m}^2$), y 轴方向的极值渗透率为 k_{my} ($10^{-3} \mu\text{m}^2$); ∇P_n 为 n 方向上的驱替压力梯度(MPa/m); A 为与 ∇P_n 垂直的竖直渗流截面的面积(单位: μm^2); ∇P_n 对流体的驱替作用,等效于它的 x 分量 ∇P_{nx} 和 y 分量 ∇P_{ny} 对流体的共同驱替作用。称上述原理为等效驱替原理。若用 Q_x 表示在 ∇P_{nx} 作用下流体沿 x 方向通过截面 A 的流量,用 Q_y 表示在 ∇P_{ny} 作用下流体沿 y 方向通过截面 A 的流量,根据等效驱替原理可知,在 ∇P_n 的作用下通过渗流截面 A 的流量 Q_n ,应当等于 Q_x 与 Q_y 之和,即

$$Q_n = Q_x + Q_y \quad (6)$$

式中 Q_n , Q_x 和 Q_y 的单位均为 $\mu\text{m}^3/\text{s}$ 。

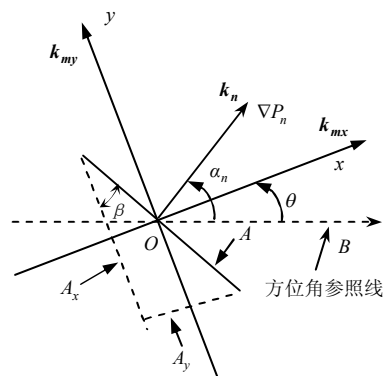


图 3 推导渗透率计算模型的示意
Fig. 3 Schematic used to deduce the calculation model of permeability

4.2 矢量性渗透率定量计算模型的推导

用 k_n 表示 n 方向上的渗透率 ($10^{-3} \mu\text{m}^2$); v_n 表示 n 方向上的流体渗流速度 ($\mu\text{m}/\text{s}$); μ 表示流体粘度 (MPa.s); 则根据达西定律^[8]可知:

$$v_n = -\frac{k_n}{\mu} \nabla P_n \quad (7)$$

则通过渗流截面 A 的流量为

$$Q_n = A v_n = -A \frac{k_n}{\mu} \nabla P_n \quad (8)$$

如图 3 所示,用 A_x 表示截面 A 在 x 方向上的有效渗流面积(即与 x 方向垂直的渗流面积, μm^2);用 α_n 表示方向 n 的方位角, ($^\circ$); θ 表示极值渗透率 k_{mx} 的方位角,亦即 x 轴的方位角, ($^\circ$)。由于 β 角的两边与角 $\alpha_n - \theta$ 的两边相互垂直,故 β 等于 $\alpha_n - \theta$, 即

$$\beta = \alpha_n - \theta \quad (9)$$

因此

$$A_x = A \cos \beta = A \cos(\alpha_n - \theta) \quad (10)$$

同理, 截面 A 在 y 方向上的有效渗流面积 (即与 y 方向垂直的渗流面积) 为

$$A_y = A \sin \beta = A \sin(\alpha_n - \theta) \quad (11)$$

∇P_n 在 x 方向的分量为

$$\nabla P_{nx} = \nabla P_n \cos(\alpha_n - \theta) \quad (12)$$

在 ∇P_{nx} 作用下流体沿 x 方向穿过截面 A 的渗流速度为

$$v_x = -\frac{k_{mx}}{\mu} \nabla P_{nx} \quad (13)$$

因此在 ∇P_{nx} 作用下沿 x 方向通过渗流截面 A 的流量为

$$Q_x = v_x A_x \quad (14)$$

由式 (10)、式 (12)~(14) 可得:

$$Q_x = -A \frac{k_{mx}}{\mu} \nabla P_n \cos^2(\alpha_n - \theta) \quad (15)$$

同理, 可求得:

$$Q_y = -A \frac{k_{my}}{\mu} \nabla P_n \sin^2(\alpha_n - \theta) \quad (16)$$

由式 (6)、式 (8)、式 (15) 和式 (16) 可得:

$$\begin{aligned} -A \frac{k_n}{\mu} \nabla P_n &= -A \frac{k_{mx}}{\mu} \nabla P_n \cos^2(\alpha_n - \theta) - \\ &\quad A \frac{k_{my}}{\mu} \nabla P_n \sin^2(\alpha_n - \theta) \end{aligned} \quad (17)$$

式 (17) 两端同除以 $-A \frac{1}{\mu} \nabla P_n$ 可得:

$$k_n = k_{mx} \cos^2(\alpha_n - \theta) + k_{my} \sin^2(\alpha_n - \theta) \quad (18)$$

式中 k_n 为 n 方向上的渗透率; k_{mx} 为 x 轴方向的极值渗透率; k_{my} 为 y 轴方向的极值渗透率; α_n 为方向 n 的方位角; θ 为极值渗透率 k_{mx} 的方位角。

式 (18) 就是方向渗透率 (即各向异性渗透率) 的定量计算模型。当已知 x , y 两个方向的渗透率后, 就可以用该模型计算出平面内任意方向 n (方位角为 α) 所对应的岩石渗透率矢量的大小 k_n 。从前面的论述可知, x , y 两个方向分别对应于岩石的最大或最小渗透率方向, 而岩石的最大、最小渗透率方向及其大小可通过实验得到^[11]。上述方向渗透率的定量计算模型可用于油藏模拟中不同方向上的传导率计算以及各向异性油藏中不同方位上的井距设计。

5 结 论

(1) 虽然方向渗透率是矢量, 但它不能与数学中的自由矢量一样随意进行合成与分解。

(2) 渗透率是渗流通道的渗透率, 它不能脱离渗流通道 (即渗流路径) 而独立存在。

(3) 不能把属于 2 个不同渗流通道的渗透率矢量合成在一起作为该合矢量所在方向上的渗流通道的渗透率矢量, 也不能把一个渗流通道的渗透率矢量在某个方向上的分量 (即投影), 认为该方向上的渗流通道的渗透率矢量。

(4) 根据等效驱替原理可以推导出矢量性渗透率 (即方向性渗透率) 的定量计算模型, 依据该模型可以计算出平面内任意方向上的岩石渗透率的大小。

(5) 本文所建立各向异性岩石渗透率表征模型可用于油藏模拟中不同方向上的传导率计算, 以及各向异性油藏中方向井距的设计。

参 考 文 献

- [1] Walter Rose. Permeability Anisotropy in Low Permeability Formations (SPE10810) [M]. Texas: SPE Technical Publications, 1982. 195—201.
- [2] Ramey H J. Interference analysis for anisotropic formations —A case history[J]. **Journal of Petroleum Technology**, 1975, 27(10): 1 290—1 298.
- [3] Gatens J M, Lee W J. The Effects of Permeability Anisotropy on the Evaluation and Design of Hydraulic Fracture Treatments and Well Performance(SPE 21501) [M]. Texas: SPE Technical Publications, 1991. 211—222.
- [4] Larry W Lake. The origins of anisotropy[J]. **Journal of Petroleum Technology**, 1988, 40(4): 395—396.
- [5] Pettijohn F J. 砂和砂岩[M]. 李汉瑜译. 北京: 科学出版社, 1977. 71—72.
- [6] Mast R F, Potter P E. Sedimentary structures, sand shape fabrics, and permeability[J]. **Journal of Geology**, 1963, 71(5): 548—565.
- [7] Pryor W A. Permeability-porosity patterns and variations in some Holocene sand bodies[J]. **American Association of Petroleum Geologists Bull**, 1973, 57(2): 162—189.
- [8] Danilo Bandiziol, Gerard Massonnat, Elf Aquitaine. Horizontal Permeability Anisotropy Characterization by Pressure Transient Testing and Geological Data (SPE 24667) [M]. Texas: SPE Technical Publications, 1992. 39—52.
- [9] Barna A. Szabo. Permeability of orthotropic porous mediums[J]. **Water Resources Research**, 1968, 4(4): 801—808.
- [10] Dake L P. Fundamentals of Reservoir Engineering[M]. New York: Elsevier Scientific Publishing Company, 1978. 107—108.
- [11] Hutta J, Griffiths J C. Directional permeability of sandstones, a test of technique[J]. **Producers Monthly**, 1955, 19(12): 12—24.